ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 09.12.2023

Новый материал (конспект в рабочую тетрадь!!!)

Тема: «Системы простейших тригонометрических уравнений»

Решением системы уравненийназывается упорядоченный набор чисел (значений переменных), при подстановке которых вместо переменных каждое из уравнений обращается в верное равенство.
Простейшие системы уравнений - системы, в которых или одно из уравнений является линейным, или уравнения системы могут быть решены независимо друг от друга.

Пример 1

Решим систему уравнений $\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{2}, \\ 5 + 7\cos x = 3\cos^2 y. \end{cases}$

Так как первое уравнение является линейным, то выразим из него переменную $x = \dfrac{\pi}{2} + y$ и подставим во второе уравнение: $5 + 7\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + y\right) = 3\cos^2 y.$

Используем формулу приведения и основное тригонометрическое тождество. Получим уравнение $5 - 7\sin y = 3(1 - \sin^2 y)$ или $3\sin^2 y - 7\sin y + 2 = 0.$

Введем новую переменнуюt = sin y. Имеем квадратное уравнение $3t^2 - 7t + 2 = 0$, корни которого$t_1 = 1/3$ и$t_2 = 2$ (не подходит, так как $\sin y \le 1$).

Вернемся к старой неизвестной и получим уравнение$\sin y = \frac{1}{3}$, решение которого $y = (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{3} + \pi n,$ где $n \in Z.$

Теперь легко найти неизвестную: $x = \dfrac{\pi}{2} + y = \dfrac{\pi}{2} + (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{3} + \pi n.$

Итак, система уравнений имеет решения

$\left(\dfrac{\pi}{2} + (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{3} + \pi n; (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{3} + \pi n\right),$ где $n \in Z$.

Пример 2

Решим систему уравнений $\begin{cases}\sin(x-y)=0,\\ \cos(x+y)=1.\end{cases}$

Уравнения системы независимы. Поэтому можно записать решения каждого уравнения.

Получим: $\begin{cases}x-y=\pi n,\\ x+y=2\pi k,\end{cases}$ где $n, k \in Z.$

Почленно сложим и вычтем уравнения этой системы линейных уравнений и найдем: $\begin{cases}2x=\pi(n+2k),\\ 2y=\pi(2k-n),\end{cases}$ откуда $x=\dfrac{\pi}{2}(n+2k),\ y=\dfrac{\pi}{2}(2k-n).$

Обратим внимание на то, что в силу независимости уравнений при нахождении x - y и x + y должны быть указаны разные целые числа n и k. Если бы вместо k было также поставлено n, то решения имели бы вид: $x=\dfrac{3\pi}{2}n,\quad y=\dfrac{\pi}{2}n.$ *При этом было бы потеряно бесконечное множество решений и, кроме того, возникла бы связь между переменными x и y: x = 3y (чего нет на самом деле). Например, легко проверить, что данная система имеет решение x = 5π и y = π (в соответствии с полученными формулами), которое при k = n найти невозможно. Поэтому будьте внимательнее!*

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru